

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2018 – 2019 учебный год

6 КЛАСС

1. Карлсон купил в буфете 5 стаканов чая и 3 пирожных. Одно пирожное обошлось ему в 20% от стоимости общей покупки. Во сколько процентов обошёлся ему стакан чая?
2. Миша, Антон, Катя и Наташа устроили турнир по настольному теннису. На вопрос, кто какое место занял, они ответили:
Миша: Я не был ни первым, ни последним.
Антон: Я не был последним.
Катя: Я была первой.
Наташа: Я была последней.
Известно, что кто-то один из детей солгал, а трое сказали правду. Кто занял третье место, если известно, что это был мальчик?
3. В некоторые из клеток таблицы 3×3 записываются крестики. Требуется, чтобы при этом в любой из квадратов 2×2 попал ровно один такой крестик. Сколько имеется всевозможных способов заполнения таблицы с соблюдением условий?
4. По кругу расставлено 100 игрушек трёх видов: куклы, плюшевые медвежата и самолётики. Известно, что среди пяти подряд стоящих игрушек должна быть хотя бы одна кукла, а среди семи подряд стоящих — хотя бы один медвежонок. Каково наибольшее возможное число самолётиков среди ста игрушек?
5. Из доски 8×8 по клеточкам вырезали 10 прямоугольников 1×2 . Обязательно ли из оставшейся части можно вырезать прямоугольник 1×3 ?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2018 – 2019 учебный год

7 КЛАСС

1. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 70% примесей, а второй 5% примесей. В каком отношении следует соединить эти сплавы, чтобы получился новый сплав, в котором содержится 20% примесей?
2. Найти наибольшее четырёхзначное число без нулей, произведение цифр которого делится на их сумму.
3. Таня стоит на берегу речки. У неё есть два кувшина: один на пять литров, а объём другого — то ли три, то ли четыре литра. Как Таня может определить ёмкость второго кувшина?
4. Можно ли раскрасить доску 5×5 в три цвета так, чтобы у каждой клетки, кроме угловых, были соседи всех трех цветов?
5. Можно ли из чисел от 1 до 10, взятых в некотором порядке, так составить сумму, что для любого k от 1 до 10, сумма первых k слагаемых будет нацело делиться на k -е слагаемое?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2018 – 2019 учебный год

8 КЛАСС

1. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 при помощи знаков арифметических действий (сложение, вычитание, умножение, деление) и скобок требуется получить число 2018. Можно ли этого добиться, не переставляя цифры, и не группируя их (то есть не используя многозначных чисел)?
2. За круглым столом сидят гномы. Они по кругу передают горшок с золотыми монетами. Первый гном взял из горшка 1 монету, второй – 2, третий – 3 и так далее. Каждый следующий брал ровно на одну монету больше. Оказалось, что на четвертом круге гномы суммарно взяли на 507 монет больше, чем на первом. Какое число гномов могло сидеть за столом?
3. По кругу было записано 8 попарно различных натуральных чисел. Между соседними числами написали их сумму, а старые числа стёрли. Могли ли получиться числа 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, взятые в каком-нибудь порядке?
4. В клетчатом квадрате закрашено несколько клеток. Верно ли, что квадрат можно разрезать на прямоугольники так, чтобы в каждом прямоугольнике была ровно одна закрашенная клетка?
5. Каждая клетка квадрата 13×13 окрашена в красный или синий цвет. Клетка называется доминирующей, если в её строке, а также в её столбце больше половины клеток её цвета. Могло ли доминирующих клеток оказаться меньше 25?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2018 – 2019 учебный год

9 КЛАСС

1. Может ли число с суммой цифр 17 нацело делиться на число с суммой цифр 16?
2. Дано 20 камней, веса которых отличаются друг от друга. Существует ли способ нахождения самого легкого и самого тяжелого камня, требующий 28 взвешиваний на чашечных весах без гирь?
3. На покупку тетрадей в клетку и в линейку можно затратить не более 140 рублей. Тетрадь в клетку стоит 3 руб., в линейку — 2 руб. Число купленных тетрадей в клетку не должно отличаться от числа тетрадей в линейку более, чем на 9. Необходимо купить максимально возможное суммарное количество тетрадей, при этом тетрадей в линейку нужно купить как можно меньше. Сколько тетрадей в клетку и сколько в линейку можно купить при указанных условиях?
4. Высота $АН$, биссектриса BL и медиана разбивают треугольник ABC на 7 частей. Может ли получиться так, что с одной стороны от какой-то из этих прямых все части имеют одну площадь, а с другой стороны — другую, но тоже одинаковую?
5. Можно ли привести пример натуральных чисел $a < b < c < d$ таких, что каждое из чисел $ab + cd$, $ac + bd$, $ad + bc$ окажется точным квадратом?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

**Всероссийская олимпиада школьников по
математике**

II (муниципальный) этап

2018 – 2019 учебный год

10 КЛАСС

1. Может ли сумма косинусов двух углов треугольника быть отрицательной?
2. Можно ли найти три таких попарно различных целых числа, что, если подставить их вместо звёздочек в уравнение $*x^2 + *x + * = 0$ (в любом порядке), то оно обязательно будет иметь два различных рациональных корня?
3. Доказать неравенство

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2018^2} < 1,7.$$

4. В равнобедренном треугольнике KLM углы при основании KM равны 50° , а точка O внутри треугольника расположена так, что угол OKL равен 20° , а угол OML равен 40° . Найти величину угла KOL .
5. Клетчатую доску 97×25 разрезали на n прямоугольников 1×3 и m прямоугольников 1×5 . Какое наименьшее значение может принимать выражение $|m - n|$?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2018 – 2019 учебный год

11 КЛАСС

1. Имеет ли решения уравнение $\sin x \sin 2x \sin 3x = \frac{\pi}{4}$?
2. Существует ли треугольник, у которого длины всех сторон и всех высот — нечётные целые числа?
3. На столе лежат грузы массой 150, 151, 152, ..., 200 граммов (по одному грузу каждой массы). Разрешается выбрать один или несколько грузов и взвесить их. Сколько различных значений масс можно получить таким образом?
4. В компании из 6 человек некоторые группами по трое ходили вместе в походы. Верно ли, что обязательно найдутся четверо, среди которых каждые трое ходили вместе в поход, либо четверо, где никакие трое не ходили вместе в поход?
5. В треугольнике BCD известны длины сторон: $BC = 5$, $CD = 6$, $BD = 7$. Три окружности попарно касаются друг друга внешним образом в точках B , C и D . Найти наибольший из радиусов окружностей.

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35